

CONVECCION

CONVECCIÓN

I. Introducción

- ☐ Convección. Tipos.
- ☐ Concepto de capa límite.
- ☐ Ecuaciones básicas de la transmisión de calor por convección. Adimensionalización.
- ☐ Números adimensionales.

II. Convección Forzada

- ☐ Correlaciones convección forzada exterior
 - ☐ Placa
 - ☐ Tubería
 - ☐ Haces de tubos
- ☐ Correlaciones convección forzada interior

III. Convección Natural

IV. Cambio de Fase

INTRODUCCION A LA CONVECCION.

Convección: Conducción + Movimiento

Transferencia de calor entre una superficie y un fluido. Depende de las condiciones de la superficie (geometría y temperatura) y del fluido (temperatura, velocidad y propiedades termofísicas del mismo).

Según sea el flujo $\begin{cases} \text{Forzado o Natural (agente que provoca el mov.)} \\ \text{Externo o Interno} \end{cases}$

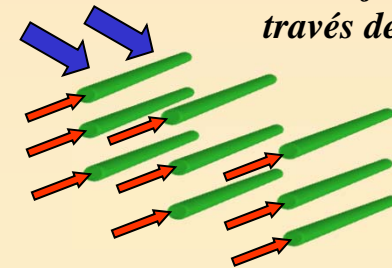
Según la fase del fluido $\begin{cases} \text{Monofásico (líquido o gas)} \\ \text{Con cambio de fase (condensación o evaporación)} \end{cases}$

Ley de Enfriamiento de Newton (1701) :

$$q'' = \frac{q}{A} = h (T_{\text{sup}} - T_{\text{fluido}})$$

*Flujo externo cruzado
sobre un banco de tubos*

*Flujo interno a
través de los tubos*



h: Coeficiente de convección (W/m² K) (no es una propiedad del fluido)

Valores típicos del coeficiente de transferencia de calor por convección

Proceso	h [W/m ² K]
• <i>Convección libre</i>	
– Gases	2 - 25
– líquidos	50 - 1000
• <i>Convección forzada</i>	
– Gases	25 - 250
– líquidos	50 - 20000
• <i>Convección con cambio de fase</i>	
– Ebullición o condensación	2500 - 100000

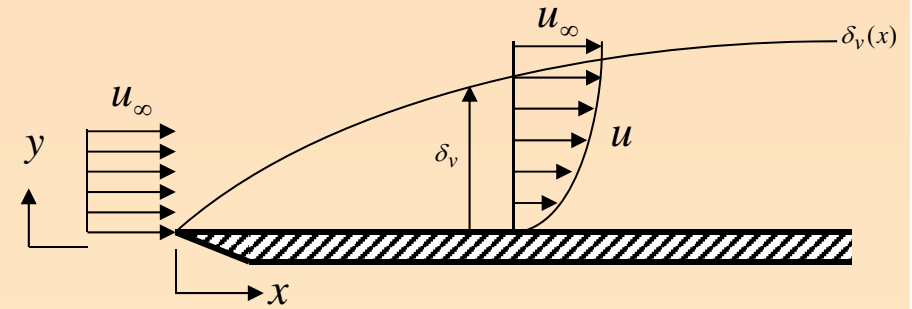
INTRODUCCION A LA CONVECCION.

Capa límite : Zona en que los gradientes de velocidad y temperatura son significativos (la viscosidad adquiere importancia)

Capa límite cinemática :

Espesor capa límite cuando : $u = 95\% u_{\infty}$

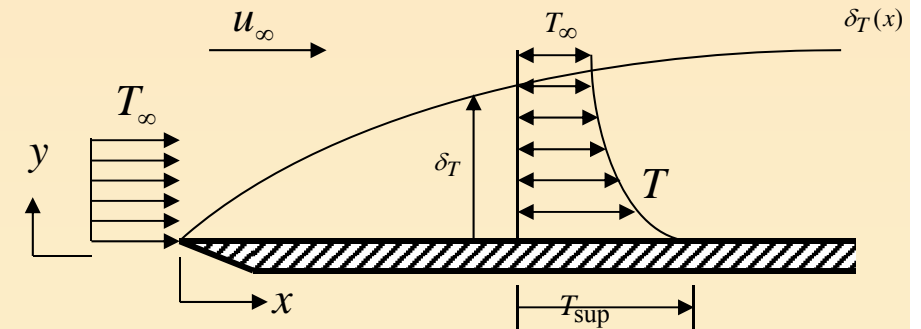
Tensión tangencial : $\tau_{\text{sup}} = \mu \left. \frac{\partial u}{\partial y} \right|_{y=0}$



Capa límite térmica :

Espesor capa límite térmica cuando:

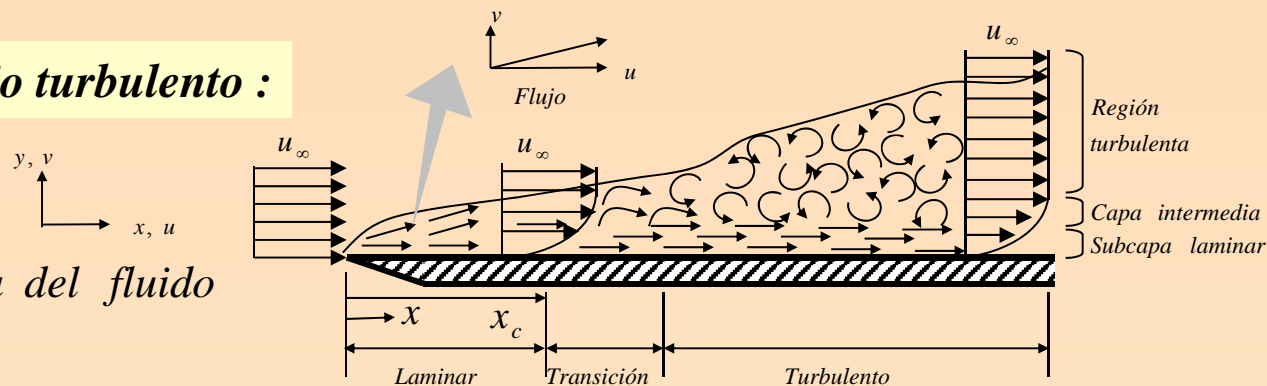
$$\frac{T_{\text{sup}} - T}{T_{\text{sup}} - T_{\infty}} = 95\%$$



INTRODUCCION A LA CONVECCION.

Flujo laminar y flujo turbulento :

u_{∞} = velocidad media del fluido



Laminar

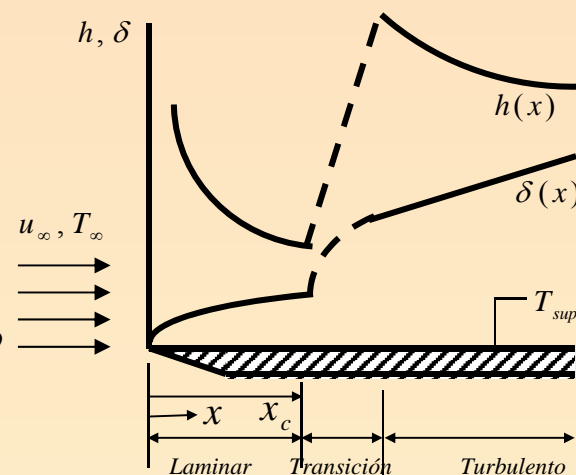
- Fuerzas viscosas importantes frente a las de inercia
- Líneas de corriente paralelas - mov. ordenado

Turbulento

- Gran traspaso de materia en sentido normal a las capas
- Mayor transmisión de calor
- Gran incremento de: espesor capa límite, tensiones cortantes, coef. de convección y pérdidas por rozamiento

Transición

- Comienza la inestabilidad de las líneas de fluido.



Número de Reynolds : Número adimensional que caracteriza las condiciones des fluido.

	Laminar	Transición	Turbulento
Para flujo externo : $Re_x = \frac{\rho u_{\infty} x}{\mu}$	$< 5 \cdot 10^5$	$\approx 5 \cdot 10^5$	$> 5 \cdot 10^5$
Para flujo interno : $Re_D = \frac{\rho u_{\infty} D}{\mu}$	< 2300	$2300 < Re < 4000$	> 4000

INTRODUCCION A LA CONVECCION.

Ecuaciones básicas para el cálculo de la transmisión de calor por convección.

Con la definición dinámica y térmica del flujo hallamos “h” (coef. convección)

Sistema de 6 ecuaciones :

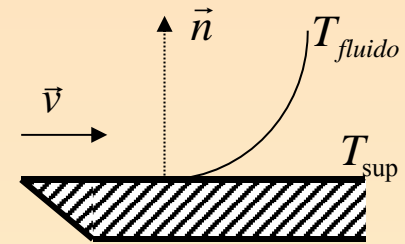
- Ecuaciones de continuidad (o conservación de la masa)
- Ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento : en derivadas parciales (3D)
- Ecuación de conservación de la energía
- Ecuación de estado del fluido

Incógnitas :

- Velocidades : u, v, w
- Presión, temperatura, densidad

Hipótesis simplificadoras :

- Régimen estacionario (permanente)
- Fluido incompresible ($\rho = \text{cte}$)



$$h = - \frac{k}{T_{\text{sup}} - T_{\infty}} \frac{\partial T}{\partial n}$$

Por Newton: $dq = h(T_{\text{sup}} - T_{\infty}) dA$

Por Fourier: $dq = -k \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{n \rightarrow 0} dA$

INTRODUCCION A LA CONVECCION.

Convección. Planteamiento general.

Solución analítica de un problema de convección para flujo incompresible en estado estacionario.

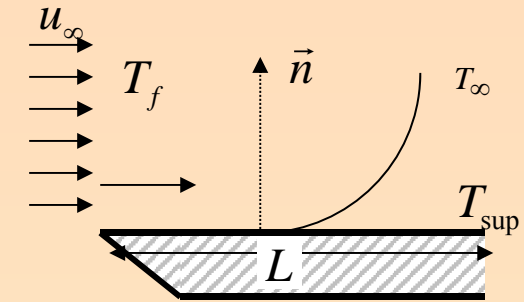
$$dq = h(T_{\text{sup}} - T_f)dA \quad h = -\frac{k}{T_{\text{sup}} - T_f} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{n \rightarrow 0}$$

$$T = f(x, y, z)$$

$$u = f(x, y, z)$$

$$v = f(x, y, z)$$

$$w = f(x, y, z)$$



Ec. continuidad.:

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Ec. cant. mov.:

$$\left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = X - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = Y - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial y} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$\left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = Z - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} + \nu \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

Ec. conservación de la energía.:

$$\left(\frac{\partial T}{\partial t} + u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} + w \frac{\partial T}{\partial z} \right) \rho c_p = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \right) + (Xu + Yv + Zw) \rho - \left(u \frac{\partial P}{\partial x} + v \frac{\partial P}{\partial y} + w \frac{\partial P}{\partial z} \right) + 2\mu \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right)^2 \right)$$

INTRODUCCION A LA CONVECCION.

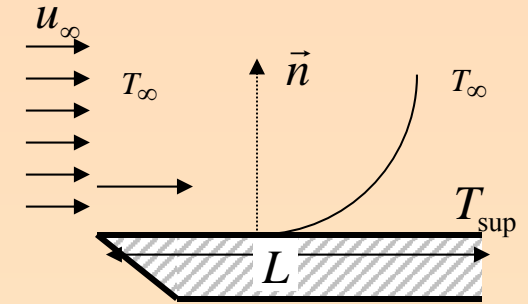
Convección forzada, régimen estacionario.

Adimensionalización :

$$x = \frac{x}{L} \quad y = \frac{y}{L} \quad z = \frac{z}{L} \quad u = \frac{u}{u_\infty} \quad v = \frac{v}{u_\infty} \quad w = \frac{w}{u_\infty} \quad P = \frac{P}{\rho u_\infty}$$

Sustituyendo en las ecuaciones,
fluido incompresible nos queda:

$$\theta = \frac{T - T_\infty}{T_{\text{sup}} - T_\infty}$$



Ec. continuidad

$$u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} = 0$$

Ec. cant. mov.:

$$\left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + w \frac{\partial u}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial x} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial z^2} \right)$$

$$\left(u \frac{\partial v}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} + w \frac{\partial v}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial y} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 v}{\partial z^2} \right)$$

$$\left(u \frac{\partial w}{\partial x} + v \frac{\partial w}{\partial y} + w \frac{\partial w}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 w}{\partial z^2} \right)$$

$$T = f(x, y, z)$$

$$u = f(x, y, z)$$

$$v = f(x, y, z)$$

$$w = f(x, y, z)$$

$$Re = \frac{u_\infty L}{\nu}$$

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k}$$

$$Ec = \frac{u_\infty^2}{c_p (T_{\text{sup}} - T_\infty)}$$

Ec. conservación de la energía.

$$\left(u \frac{\partial \theta}{\partial x} + v \frac{\partial \theta}{\partial y} + w \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) = \frac{1}{Re Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} \right) - \left(u \frac{\partial P}{\partial x} + v \frac{\partial P}{\partial y} + w \frac{\partial P}{\partial z} \right) + 2 \frac{Ec}{Re} \left(\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial v}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial w}{\partial z} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial x} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial z} + \frac{\partial w}{\partial y} \right) \right)$$

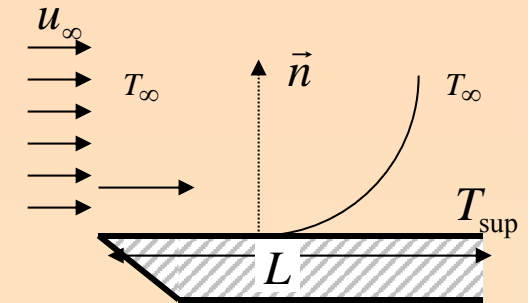
INTRODUCCION A LA CONVECCION.

Convección forzada. Números adimensionales.

$$Re = \frac{\rho u_{\infty} L}{\mu} = \frac{u_{\infty} L}{\nu}$$

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k}$$

$$Ec = \frac{u_{\infty}^2}{c_p (T_{\text{sup}} - T_{\infty})}$$



$$\theta = f(Re, Pr, Ec) \quad \theta = \frac{T - T_{\infty}}{T_{\text{sup}} - T_{\infty}}$$

Distribución de temperatura adimensionalizada

Aplicación de la definición de coeficiente de convección

$$\left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{n \rightarrow 0} = \frac{\partial T}{\partial n} \frac{\partial n_{\text{adim}}}{\partial n_{\text{adim}}} \frac{\partial \vartheta}{\partial \vartheta} \bigg|_{n \rightarrow 0} = \frac{\partial T}{\partial \vartheta} \frac{\partial n_{\text{adim}}}{\partial n} \frac{\partial \vartheta}{\partial n_{\text{adim}}} \bigg|_{n \rightarrow 0} = (T_{\text{sup}} - T_{\infty}) \frac{1}{L} \frac{\partial \vartheta}{\partial n_{\text{adim}}} \bigg|_{n \rightarrow 0}$$

$$h = - \frac{k}{T_{\text{sup}} - T_{\infty}} \left. \frac{\partial T}{\partial n} \right|_{n \rightarrow 0} = - \frac{k}{L} \left. \frac{\partial \vartheta}{\partial n_{\text{adim}}} \right|_{n \rightarrow 0} \longrightarrow Nu = \frac{hL}{k} = - \left. \frac{\partial \theta}{\partial n_{\text{adim}}} \right|_{n \rightarrow 0}$$

$$Nu = f(Re, Pr, Ec) \xrightarrow{\text{Despreciando los efectos viscosos}} Nu = f(Re, Pr)$$

INTRODUCCION A LA CONVECCION.

Método experimental par hallar la correlación entre Nu, Re y Pr

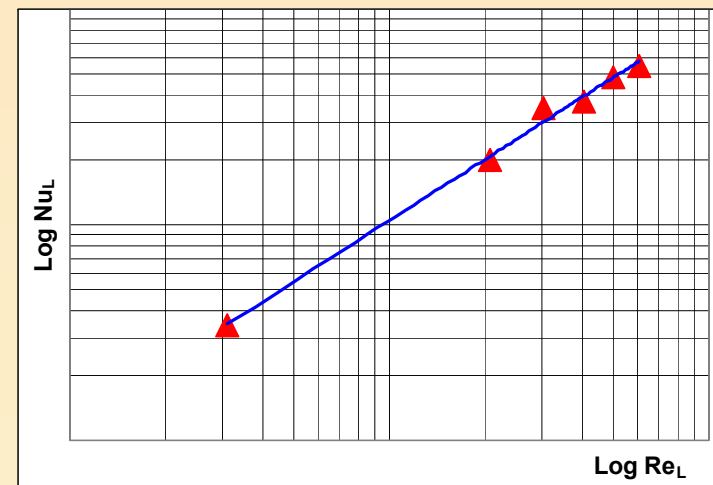
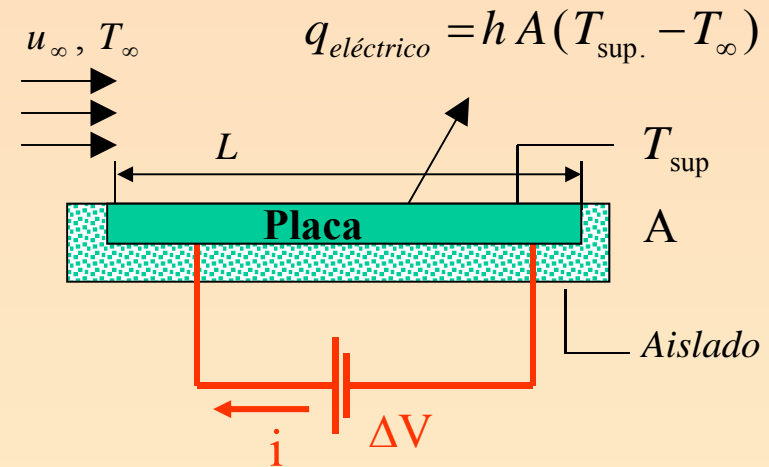
Midiendo el flujo de calor $q_{\text{eléctrico}}$, la temperatura superficial y la del medio podemos determinar el valor del coeficiente de convección. Por otra parte también debemos medir la velocidad del fluido.

Conocidas las propiedades del fluido (conductividad,...) y las dimensiones de la placa (L) estimamos los números adimensionales (Nu, Re, Pr), los cuales finalmente podemos correlacionar y representar gráficamente.

$$Re = \frac{\rho u_{\infty} L}{\mu} = \frac{u_{\infty} L}{\nu} \quad Pr = \frac{\mu c_p}{k}$$

Por teoría sabemos que esta correlación tiene carácter general en este tipo de geometría.

$$\bar{N}_{u_L} = \frac{\bar{h} L}{k_{\text{fluido}}} = c Re_L^m Pr^n$$



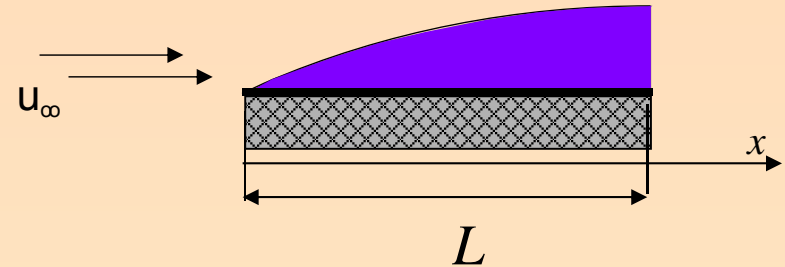
ECUACIONES CONVECCION FORZADA EXTERIOR

1. Flujo paralelo a un plano.

(local) $Nu_x = C Re_x^m Pr^n$

(promedio) $Nu_L = A Re_L^m Pr^n$

$$Nu_L = \frac{hL}{k} \quad Re_L = \frac{\rho u_\infty L}{\mu} = \frac{u_\infty L}{\nu} \quad Pr = \frac{\mu c_p}{k}$$



	C	m	n	A
Flujo laminar $Re < 500000$				
$0.6 < Pr < 50$	0.332	1/2	1/3	0.664
$Pr < 0.05$	0.565	1/2	1/2	1.13
Flujo turbulento				
	0.0296	0.8	1/3	0.037

Para flujo mezclado (zonas laminar y turbulenta ambas significativas):

$$Nu_L = (0.037 \cdot Re_L^{4/5} - 871) \cdot Pr^{1/3}$$

$$Re_{tr} < Re < 10^8 \quad 0.6 < Pr < 60$$

Propiedades a T_f

$$T_f = \frac{T_{pared} + T_\infty}{2}$$

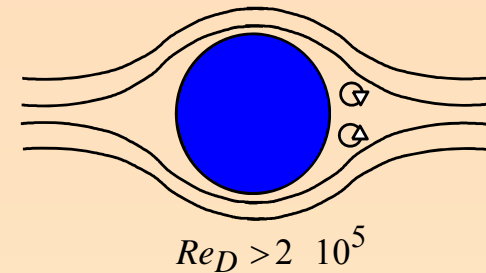
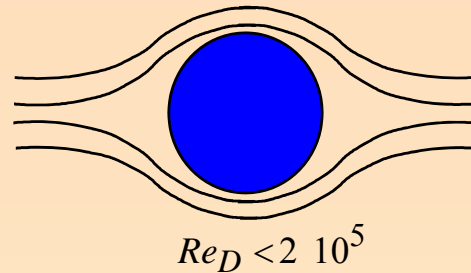
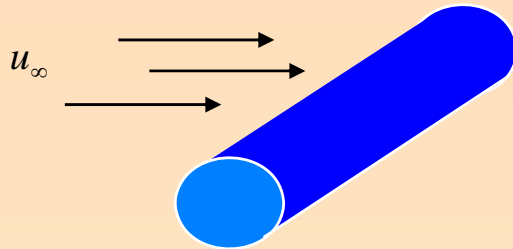
Para el caso de ser aire:

$$h = 2.38 (u_\infty)^{0.89} \quad h(W/m^2 \cdot ^\circ C), u_\infty(m/s)$$

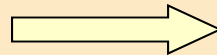
ECUACIONES CONVECCION FORZADA EXTERIOR

2. Cilindro circular con flujo normal.

$$Nu_D = \frac{hD}{k} \quad Re_D = \frac{\rho u_\infty D}{\mu} = \frac{u_\infty D}{\nu} \quad Pr = \frac{\mu c_p}{k}$$



$$Nu_D = C Re_D^m Pr^{1/3}$$



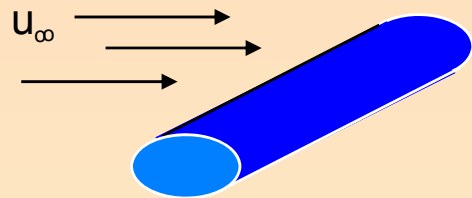
Re_D	C	m
0,4 a 4	0,989	0,330
4 a 40	0,911	0,385
40 a 4000	0,683	0,466
4000 a 40000	0,193	0,618
40000 a 400000	0,027	0,805

Propiedades a T_f

$$T_f = \frac{T_{pared} + T_\infty}{2}$$









ECUACIONES CONVECCION FORZADA EXTERIOR

3. Tubería no circular con flujo normal de gases.



$$Nu_D = C Re_D^m Pr^{1/3}$$

$$Nu_D = \frac{hD}{k} \quad Re_D = \frac{\rho u_\infty D}{\mu} = \frac{u_\infty D}{\nu} \quad Pr = \frac{\mu c_p}{k}$$

			Re_D	C	m
→		D	$5 \cdot 10^3 \text{ a } 10^5$	0,246	0,588
→		D	$5 \cdot 10^3 \text{ a } 10^5$	0,102	0,675
→		D	$5 \cdot 10^3 \text{ a } 2 \cdot 10^4$	0,160	0,638
→		D	$2 \cdot 10^4 \text{ a } 10^5$	0,0385	0,782
→		D	$5 \cdot 10^3 \text{ a } 10^5$	0,153	0,638
→		D	$4 \cdot 10^3 \text{ a } 1,5 \cdot 10^4$	0,228	0,731
→		D	$2 \cdot 10^3 \text{ a } 1,5 \cdot 10^4$	0,224	0,612
→		D	$3 \cdot 10^3 \text{ a } 1,5 \cdot 10^4$	0,085	0,804

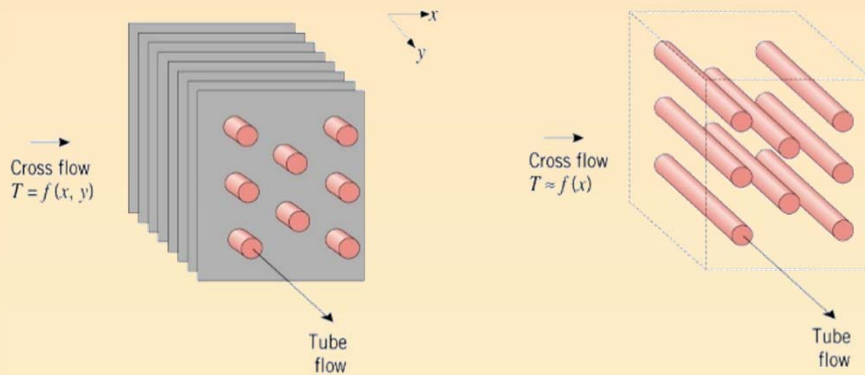
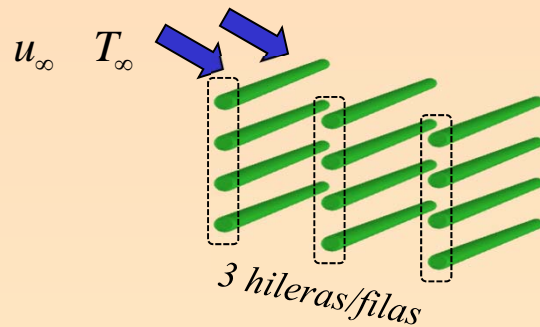
Propiedades a T_f

$$T_f = \frac{T_{pared} + T_\infty}{2}$$

ECUACIONES CONVECCION FORZADA EXTERIOR

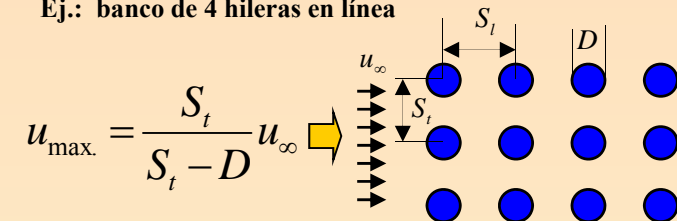
4. Haces de tubos con flujo normal.

*Flujo externo cruzado
sobre un banco de tubos*



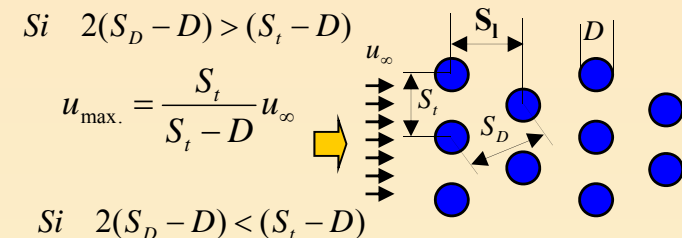
$$Re_D = \frac{\rho u_{max} D}{\mu} = \frac{u_{max} D}{\nu}$$

Ej.: banco de 4 hileras en línea



$$u_{max.} = \frac{S_t}{S_t - D} u_{\infty}$$

Ej.: banco de 4 hileras al tresbolillo



Si $2(S_D - D) > (S_t - D)$

$$u_{max.} = \frac{S_t}{S_t - D} u_{\infty}$$

Si $2(S_D - D) < (S_t - D)$

$$u_{max.} = \frac{S_t}{2(S_D - D)} u_{\infty}$$

ECUACIONES CONVECCION FORZADA EXTERIOR

4. Haces de tubos con flujo normal.

$$Nu_D = \frac{hD}{k}$$

Zukauskas (1972)

$$\bar{Nu}_D = C_1 C_2 Re_D^m Pr^{0.36} \left(\frac{Pr}{Pr_{sup}} \right)^{1/4}$$

0.7 < Pr < 500

Propiedades a $T_{promedio} = \frac{T_{entrada} + T_{salida}}{2}$

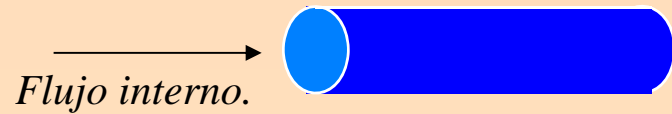
Para el uso de esta correlación específica se usa la $T_{promedio}$ pese a que en convección externa es más usual usar la de película

Configuración	Re_D	C_1	m
Línea	$10 - 10^2$	0.80	0.40
Línea	$10^2 - 10^3$	0.51	0.5
Línea	$10^3 - 2 \cdot 10^5$	0.27	0.63
$(S_t / S_l > 0.7)$ Para $S_t / S_l < 0.7$ no usar tubos en línea			
Línea	$2 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^6$	0.021	0.84
Tresbolillo	$10 - 10^2$	0.90	0.40
Tresbolillo	$10^2 - 10^3$	0.51	0.5
Tresbolillo	$10^3 - 2 \cdot 10^5$	$0.35 (S_t / S_l)^{1/5}$	0.60
$(S_t / S_l < 2)$			
Tresbolillo	$10^3 - 2 \cdot 10^5$	0.40	0.60
$(S_t / S_l > 2)$			
Tresbolillo	$2 \cdot 10^5 - 2 \cdot 10^6$	0.022	0.84

Valores de la constante C_2

Nº. de hileras	1	2	3	4	5	7	10	13	16	> 20
Línea	0,70	0,80	0,86	0,90	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99	1
Tresbolillo	0,64	0,76	0,84	0,89	0,92	0,95	0,97	0,98	0,99	1

ECUACIONES CONVECCION FORZADA INTERIOR



$$Nu_D = \frac{hD}{k}$$

$$Re_D = \frac{\rho u_\infty D}{\mu} = \frac{u_\infty D}{\nu}$$

$$Pr = \frac{\mu c_p}{k}$$

$$\text{Propiedades a } T_{\text{promedio}} = \frac{T_{\text{entrada}} + T_{\text{salida}}}{2}$$

1. Nusselt y factores de fricción para flujo interno laminar ($Re_D < 2300$).

Cross Section	$\frac{b}{a}$	$Nu_D = \frac{hD_h}{k}$		$f Re_{D_h}$
		(Uniform q''_s)	(Uniform T_s)	
	—	4.36	3.66	64
	1.0	3.61	2.98	57
	1.43	3.73	3.08	59
	2.0	4.12	3.39	62
	3.0	4.79	3.96	69
	4.0	5.33	4.44	73
	8.0	6.49	5.60	82
	∞	8.23	7.54	96
	∞	5.39	4.86	96
	∞	5.39	4.86	96
	—	3.11	2.49	53

Si $\left(\frac{q}{A}\right)$ es uniforme

Si T_s es uniforme

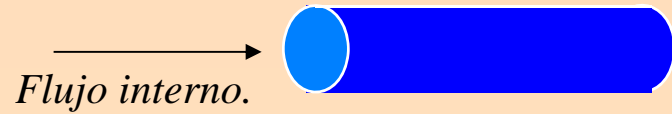
Válido para flujo totalmente desarrollado y laminar

$$\frac{L}{D} > 0.05 Re_D$$

Nota: En conductos no circulares utilizar diámetro hidráulico:

$$D_h = \frac{4 \text{ Area transversal}}{\text{Perímetro}}$$

ECUACIONES CONVECCION FORZADA INTERIOR



$$Nu_D = \frac{hD}{k} \quad Re_D = \frac{\rho u_\infty D}{\mu} = \frac{u_\infty D}{\nu} \quad Pr = \frac{\mu c_p}{k}$$

Nota: En conductos no circulares utilizar $D_h = \frac{4 \text{ Area transversal}}{\text{Perímetro}}$ Propiedades a $T_{\text{promedio}} = \frac{T_{\text{entrada}} + T_{\text{salida}}}{2}$

2. Flujo interno turbulento ($Re_D > 4000$)

2.1 Dittus-Boelter (1930)

Válido si: $0.7 \leq Pr \leq 16700$, $Re \geq 10000$, $L/D \geq 10$

$$Nu_D = 0.023 Re_D^{0.8} Pr^n$$

Valores de n: $\begin{cases} 0.3 \text{ si } T_{\text{Sup}} < T_m \text{ (flujo se enfria)} \\ 0.4 \text{ si } T_{\text{Sup}} > T_m \text{ (flujo se calienta)} \end{cases}$

2.2 Petukhov-Kirilov (1958)

$$Nu_D = \frac{(f/8) Re Pr}{1.07 + 12.7 \cdot (f/8)^{0.5} (Pr^{2/3} - 1)}$$

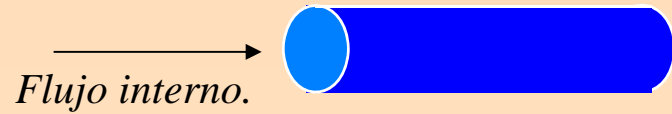
Válido si:

$$0.5 \leq Pr \leq 2000, 10^4 \leq Re \leq 5 \cdot 10^6$$

$$f = (0.79 \ln Re - 1.64)^{-2}$$

Petukhov (1970)

ECUACIONES CONVECCION FORZADA INTERIOR



$$Nu_D = \frac{hD}{k} \quad Re_D = \frac{\rho u_\infty D}{\mu} = \frac{u_\infty D}{\nu} \quad Pr = \frac{\mu c_p}{k}$$

Nota: En conductos no circulares utilizar $D_h = \frac{4 \text{ Area transversal}}{\text{Perímetro}}$ Propiedades a $T_{\text{promedio}} = \frac{T_{\text{entrada}} + T_{\text{salida}}}{2}$

2. Flujo interno turbulento ($Re_D > 4000$)

2.1 Dittus-Boelter (1930)

Válido si: $0.7 \leq Pr \leq 16700$, $Re \geq 10000$, $L/D \geq 10$

$$Nu_D = 0.023 Re_D^{0.8} Pr^n$$

Valores de n: $\begin{cases} 0.3 \text{ si } T_{\text{Sup}} < T_m \text{ (flujo se enfria)} \\ 0.4 \text{ si } T_{\text{Sup}} > T_m \text{ (flujo se calienta)} \end{cases}$

2.2 Gnielinski (1976)

$$Nu_D = \frac{(f/8)(Re - 1000)Pr}{1 + 12.7 \cdot (f/8)^{0.5} (Pr^{2/3} - 1)}$$

Válido si:

$$0.5 \leq Pr \leq 2000, 3000 \leq Re \leq 5 \cdot 10^6$$

$$f = (0.79 \ln Re - 1.64)^{-2} \quad \text{Petukhov (1970)}$$

En caso de flujo interno, corrección por el efecto de la variación de propiedades entre la temperatura de la superficie y el flujo:

Flujo interno.



LÍQUIDOS

$$\frac{f}{f_B} = \left(\frac{Pr_s}{Pr_B} \right)^m \quad \text{ó} \quad \left(\frac{\mu_s}{\mu_B} \right)^m$$

$$\frac{Nu}{Nu_B} = \left(\frac{Pr_s}{Pr_B} \right)^n \quad \text{ó} \quad \left(\frac{\mu_s}{\mu_B} \right)^n$$

GASES

$$\left(\frac{T_s}{T_B} \right)^m$$

$$\left(\frac{T_s}{T_B} \right)^n$$

Tipo de flujo		Fluido	Sentido transferencia calor	m	n
Laminar	$\frac{\mu_s}{\mu_B}$	Líquidos	Fluido se calienta	0.58	-0.11
			Fluido se enfría	0.50	-0.11
	$\frac{T_s}{T_B}$	Gases	Calentándose o enfriándose	1	0
Turbulento	$\frac{\mu_s}{\mu_B}$	Líquidos	Fluido se calienta	0.25	-0.11
			Fluido se enfría	0.25	-0.25
	$\frac{T_s}{T_B}$	Gases	Fluido se calienta	-0.2	-0.55
			Fluido se enfría	-0.1	0

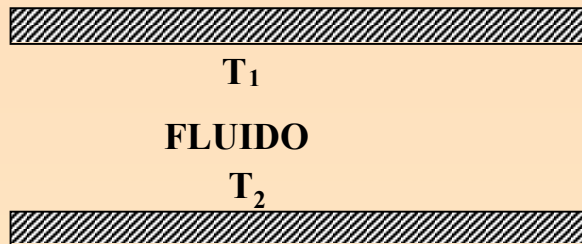
INTRODUCCIÓN A LA CONVECCION NATURAL

- *Movimiento provocado por fuerzas de empuje gravitacionales asociadas a gradientes de densidad producidos por el propio calentamiento dentro del fluido.*
- *Velocidades inducidas mucho más pequeñas que en convección forzada, con lo que la transmisión de calor es mucho más reducida.*
- Fundamental en múltiples sistemas:
 - *Conducciones de calefacción, radiadores, etc.*
 - *Dispositivos de disipación de calor al ambiente, (p.e. condensadores).*
 - *Enfriamiento de circuitos electrónicos.*
- Importancia en la ciencia medioambiental (flujos atmosféricos y oceánicos)

Todas las propiedades necesarias en los cálculos se evalúan a la temperatura media entre la superficie y el fluido sin perturbar

CONVECCION NATURAL: MECANISMO FÍSICO

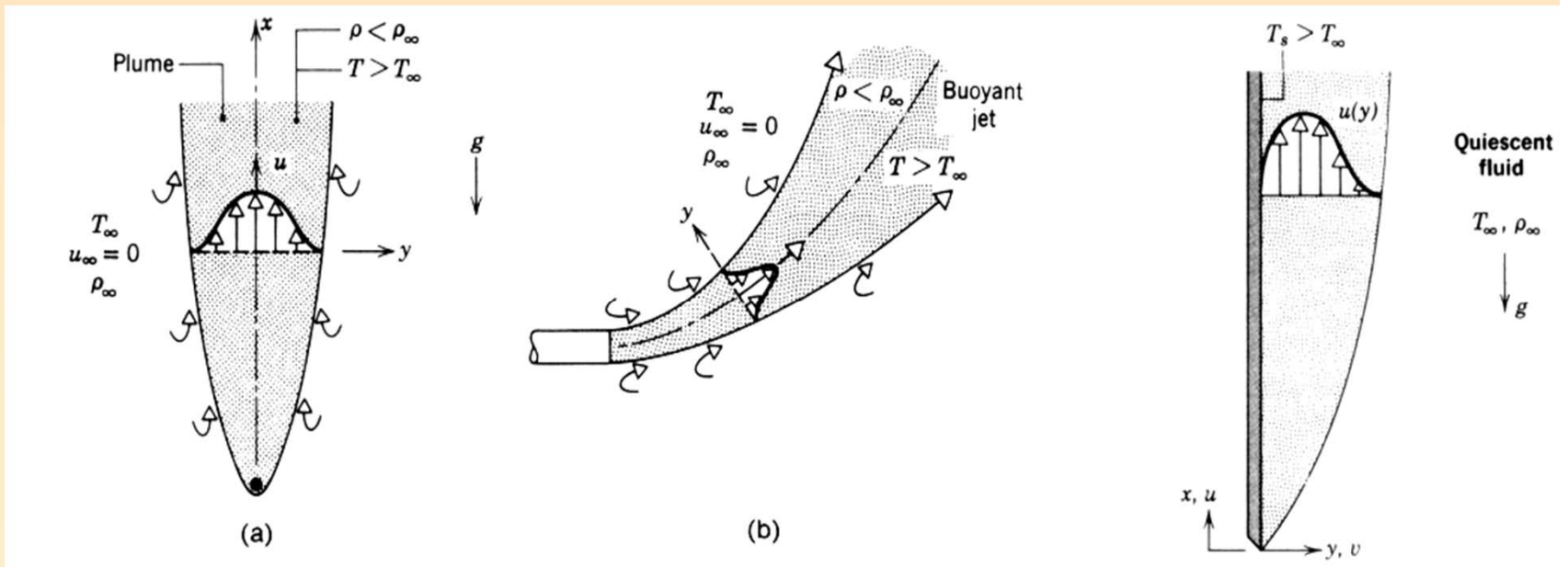
- El calentamiento provoca la aparición de un gradiente de densidades. En presencia de un campo gravitacional, las fuerzas de empuje asociadas inducen un movimiento en el fluido.



$T_1 > T_2$: estratificación: conducción

$T_1 < T_2$: convección natural

Diferentes configuraciones según la geometría considerada



CONVECCIÓN NATURAL. PLANTEAMIENTO GENERAL

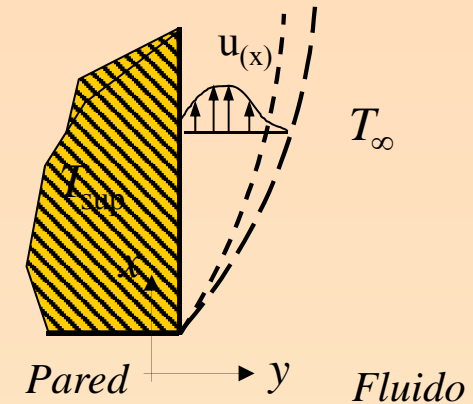
$$dq = h(T_{\text{sup}} - T_{\infty})dA \quad h = -\frac{k}{T_{\text{sup}} - T_{\infty}} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y \rightarrow 0}$$

Sólo se contempla bidimensionalidad
Se desprecia energía liberada por fricción
Régimen estacionario

Ec. conservación masa

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

$$\begin{aligned} T &= f(x, y) \\ u &= f(x, y) \\ v &= f(x, y) \end{aligned}$$



Ec. conservación movimiento (La gravedad se asume fuerza externa $X = -g$)

$$\left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -g - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

Aplicando las condiciones de contorno (capa límite)

$$\begin{aligned} U &= 0 \\ \rho &= \rho_{\infty} \end{aligned} \rightarrow \frac{\partial P}{\partial x} = -\rho_{\infty} g$$

Haciendo uso de la definición de coeficiente de dilatación térmica: $\beta = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial T} \Big|_P \rightarrow \rho_{\infty} - \rho = -\beta \rho (T_{\infty} - T) \rightarrow g \frac{\rho_{\infty} - \rho}{\rho} = -\beta g (T_{\infty} - T)$

Obtenemos :

$$\left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} \right) = -\beta g (T_{\infty} - T) + \nu \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} \right)$$

Ec. conservación de energía

$$\left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) \rho C_p = k \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right)$$

CONVECCIÓN NATURAL. PLANTEAMIENTO GENERAL

Adimensionalizando las anteriores ecuaciones

$$X = \frac{x}{L} \quad Y = \frac{y}{L} \quad Z = \frac{z}{L} \quad U = \frac{u}{u^*} \quad V = \frac{v}{u^*} \quad W = \frac{w}{u^*} \quad \theta = \frac{T - T_\infty}{T_{\text{sup}} - T_\infty}$$

$$\frac{\partial u}{\partial z} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0$$

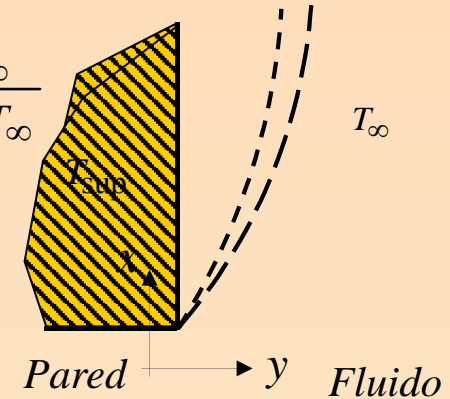
$$\left(u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial v}{\partial y} \right) = \frac{Gr}{Re^2} \theta + \frac{1}{Re} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + v \frac{\partial^2 v}{\partial y^2} \right)$$

$$\left(u \frac{\partial T}{\partial x} + v \frac{\partial T}{\partial y} \right) = \frac{1}{Re Pr} \left(\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} \right)$$

u^* : velocidad ficticia (inventada)

Deberá existir la relación

$$\theta = f(Re, Pr, Gr)$$



Nº Reynolds

$$Re = \frac{\rho u^* L}{\mu} = \frac{u^* L}{\nu}$$

Nº Prandtl

$$Pr = \frac{\mu C_p}{k} = \frac{\nu}{\alpha}$$

Nº Grashof

$$Gr = \frac{g \beta L^3 (T - T_\infty)}{\nu^2}$$

Nº Rayleigh

$$Ra = Gr Pr = \frac{g \beta L^3 (T - T_\infty)}{\nu \alpha}$$

Aplicación de la definición de coeficiente de convección

$$h = - \frac{k}{T_{\text{sup}} - T_\infty} \frac{\partial T}{\partial n} \Big|_{n \rightarrow 0}$$

$$h = - \frac{k}{L} \frac{\partial \theta}{\partial n} \Big|_{n \rightarrow 0}$$

$$Nu = \frac{hL}{k} = - \frac{\partial \theta}{\partial n} \Big|_{n \rightarrow 0}$$

Luego :

$$Nu = f(Re, Pr, Gr)$$

No tiene sentido la velocidad característica u^*

$$Nu = f(Gr, Pr)$$

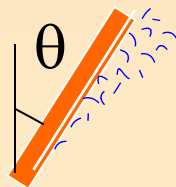
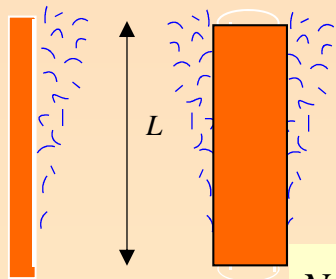
CONVECCIÓN NATURAL.

$$Nu_L = \frac{hL}{k} \quad Gr_L = \frac{g\beta(T_{sup} - T_{\infty})L^3 \rho^2}{\mu^2} \quad Pr = \frac{\mu C_p}{k}$$

1. Pared o cilindro vertical.

Pared o cilindro : longitud característica : L

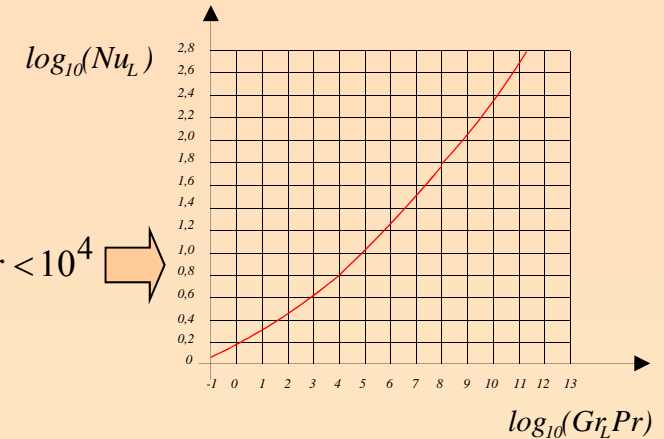
Cilindro: siempre que $D/L > 35/Gr_D^{1/4}$



$$Nu_L = C(Gr_L Pr \cos \theta)^m$$

$$0 \leq \theta \leq 60^\circ$$

$$\left\{ \begin{array}{l} 0.1 < Gr_L Pr < 10^4 \\ 10^4 < Gr_L Pr < 10^9 \\ 10^9 < Gr_L Pr < 10^{12} \end{array} \right. \Rightarrow \left\{ \begin{array}{l} \text{laminar} \\ \text{turbulento} \end{array} \right.$$



	C	m
laminar	0.59	1/4
turbulento	0.129	1/3

Propiedades a T_f

$$T_f = \frac{T_{pared} + T_{\infty}}{2}$$

Para el caso de ser aire:

$$\text{Laminar : } 10^4 < Gr_L Pr < 10^9 \quad h = 1.42 \left(\frac{T_{sup} - T_{\infty}}{L} \cos \theta \right)^{1/4}$$

$$\text{Turbulento : } 10^9 < Gr_L Pr \quad h = 1.31 ((T_{sup} - T_{\infty}) \cos \theta)^{1/3}$$

$h(W / m^2 \cdot ^\circ C), L(m), T(^{\circ}C)$

CONVECCIÓN NATURAL.

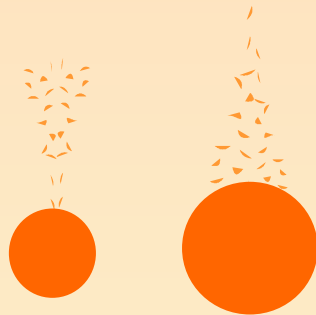
$$Nu_D = \frac{hD}{k} \quad Gr_D = \frac{g\beta(T_{sup} - T_{\infty})D^3 \rho^2}{\mu^2} \quad Pr = \frac{\mu C_p}{k}$$

2. Cilindro horizontal.

Longitud característica = D

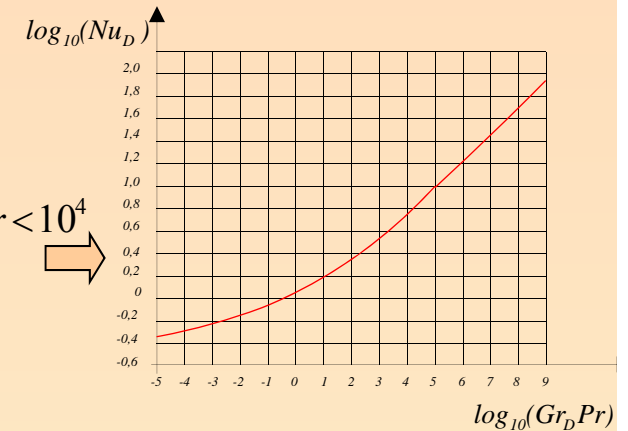
3. Esfera.

Longitud característica = R



$$Nu_D = C(Gr_D Pr)^m$$

Ec. válida para esferas y cilindro horizontal



$$10^{-5} < Gr_D Pr < 10^4$$

$$10^4 < Gr_D Pr < 10^7$$

$$10^7 < Gr_D Pr < 10^{12}$$

laminar

turbulento

C	m
0.480	1/4

0.125	1/3
-------	-----

Propiedades a T_f

$$T_f = \frac{T_{pared} + T_{\infty}}{2}$$

Para el caso de ser aire:

Laminar : $10^4 < Gr_D Pr < 10^9$

Turbulento : $10^9 < Gr_D Pr$

$h(W / m^2 \circ C), D(m), T(\circ C)$

$$h = 1.31 \left(\frac{T_{sup} - T_{\infty}}{D} \right)^{1/4}$$

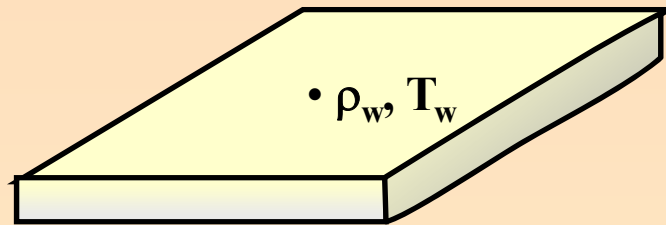
$$h = 1.24 (T_{sup} - T_{\infty})^{1/3}$$

CONVECCIÓN NATURAL.

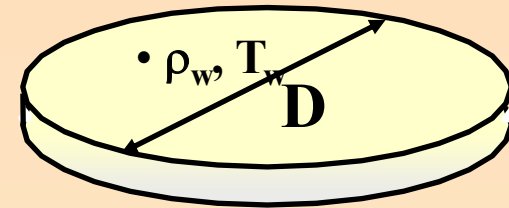
4. Placa horizontal.

$$Nu_L = \frac{hL}{k} \quad Gr_L = \frac{g\beta(T_{sup} - T_{\infty}) L^3 \rho^2}{\mu^2} \quad Pr = \frac{\mu Cp}{k}$$

$$Nu_L = C (Gr_L Pr)^m$$

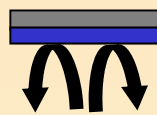


$L_{placa} = \text{Area/Perímetro}$



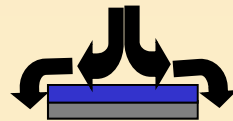
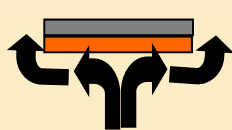
$L = 0.9D$

Cara caliente hacia arriba o cara fría hacia abajo:



<i>Laminar :</i>	$10^4 < Gr_L Pr < 10^7$	C	m
		0.54	1/4
<i>Turbulento :</i>	$10^7 < Gr_L Pr < 10^{11}$	0.15	1/3

Cara caliente hacia abajo o cara fría hacia arriba:



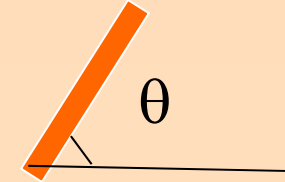
<i>Laminar :</i>	$10^5 < Gr_L Pr < 10^{10}$	0.27	1/4
------------------	----------------------------	------	-----

Propiedades a T_f

$$T_f = \frac{T_{pared} + T_{\infty}}{2}$$

CONVECCIÓN NATURAL.

4. Placa horizontal (suelos y techos).



Para el caso de ser aire:

Cara caliente hacia arriba o fría hacia abajo (favorecido el movimiento):

$$h = \frac{9.482}{7.283 - \cos \theta} (T_{\text{sup}} - T_{\infty})^{1/3}$$

Cara caliente hacia abajo o fría hacia arriba (desfavorecido el movimiento):

$$h = \frac{1.81}{1.382 + \cos \theta} (T_{\text{sup}} - T_{\infty})^{1/3}$$

$$h(\text{W} / \text{m}^2 \text{ } ^\circ \text{C}), L(\text{m}), T(^{\circ} \text{C})$$

CONVECCIÓN MIXTA

Situaciones en las que el efecto de la convección natural y forzada son comparables, no pudiéndose ignorar ninguna de ambas.

La convección forzada es predominante si: $\frac{Gr}{Re^2} \ll 1$

La convección natural es predominante si: $\frac{Gr}{Re^2} \gg 1$

Convección mixta: $\frac{Gr}{Re^2} \approx 1$

Posibles configuraciones:

- *Flujos equicorriente.*
- *Flujos contracorriente*
- *Flujos transversales*

Expresión a utilizar: $Nu^n = Nu_F^n \pm Nu_N^n$ se asume $n=3$.

$+$: para flujos equicorrientes y transversales.

$-$: para flujos contracorriente.

CONVECCIÓN EN CAMBIO DE FASE. CONDENSACIÓN.

Condensación: este fenómeno se produce cuando la $T_{\text{superficie}} < T_{\text{vapor saturado}}$ a la presión que se desarrolla el proceso.

•Tipos de condensación:

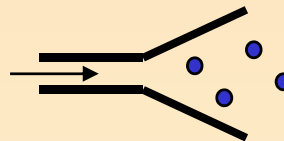
a) Pelicular



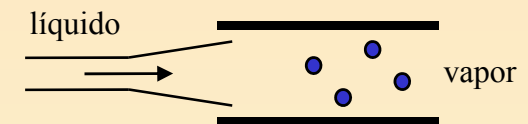
b) Goticular (el flujo de calor es del orden de 10 veces mayor).



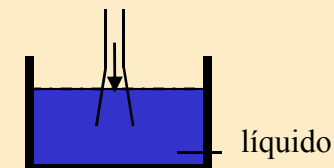
c) Vapor en expansión.



d) Líquido pulverizado sobre un medio de vapor.



e) Inyección de vapor en el seno de un líquido.



CONVECCIÓN EN CAMBIO DE FASE. EBULLICIÓN.

Ebullición: es el fenómeno de formación de vapor en el interior de una masa líquida. Para ello es necesario que : $T_{\text{líquido}} > T_{\text{saturación}}$ a la presión que se desarrolla el proceso.

•Condiciones para que se origine la ebullición:

- a) que la $T_{\text{líquido}} > T_{\text{saturación}}$ a la presión que se desarrolla el proceso.
- b) deben existir puntos de partida localizados en esta superficie caliente: irregularidades superficiales, burbujas de aire, partículas de polvo etc..

•El calentamiento necesario ($\Delta T = T_{\text{líquido}} - T_{\text{saturación}}$) va a depender de:

las propiedades del líquido, su pureza, presión, estado superficial del sólido que limita el sistema.

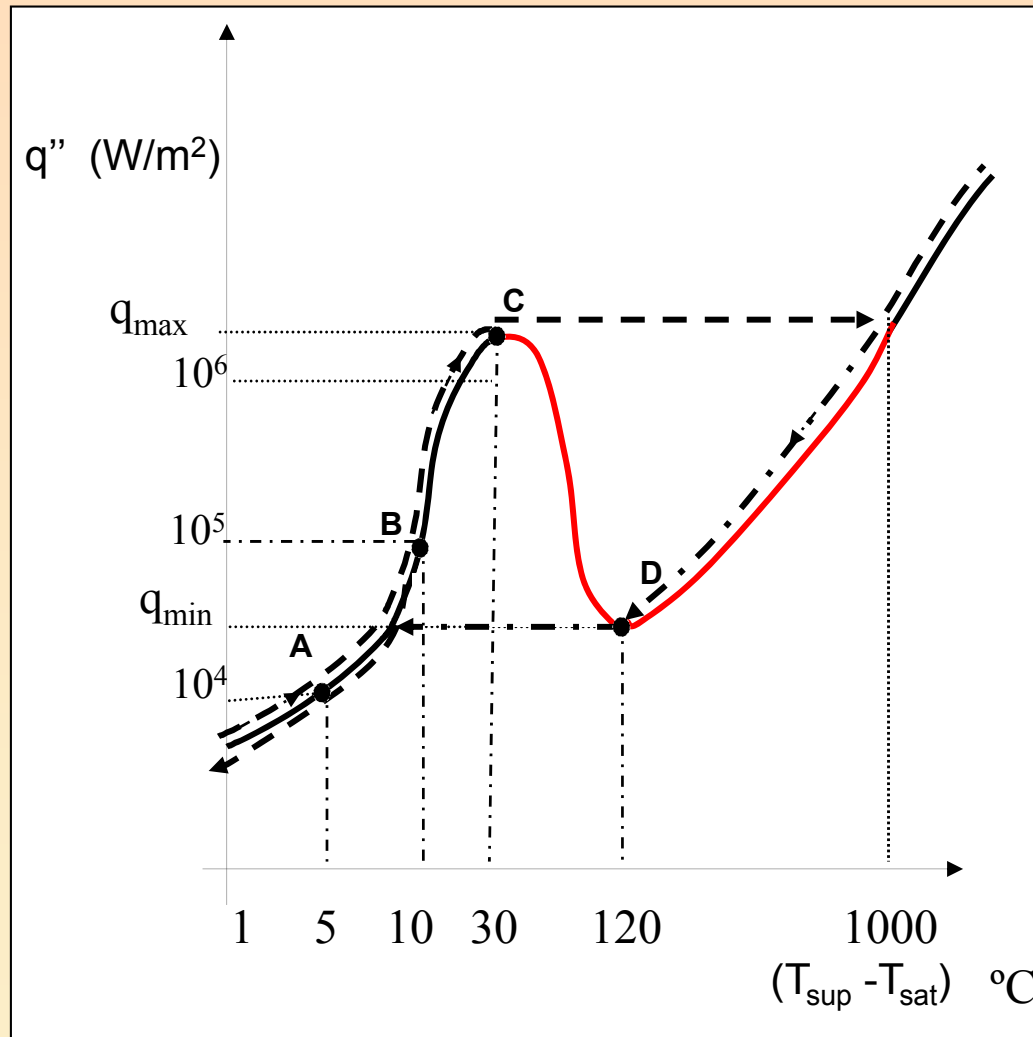
Líquidos puros: gran cohesión de moléculas - el calentamiento es mayor (ebullición impetuosa).

Líquidos impuros: gases e impurezas el calentamiento es menor (ebullición tranquila).

Rugosidad superficial: Calentamientos bajos.

CONVECCIÓN EN CAMBIO DE FASE. EBULLICIÓN.

Curva típica de ebullición para el agua a 1 atm.



Hasta A : Convección libre

A - C: Ebullición nucleada

- A-B:** Las burbujas condensan en el seno de la masa líquida.

- B-C:** Las burbujas alcanzan la superficie libre del líquido.

C-D: Ebullición transitoria.

Desde D: Ebullición pelicular estable. La radiación entra en juego.